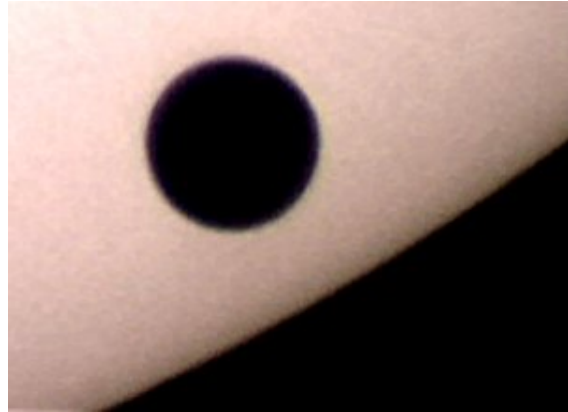


Der Venustransit vom 8. Juni 2004

Auswertung der Beobachtungen und Fotoserien der Sternwarte Recklinghausen

*Burkard Steinrücken
Westfälische Volkssternwarte und
Planetarium Recklinghausen
Stadtgarten 6, 45657 Recklinghausen,
info@sternwarte-recklinghausen.de*



Aufnahme der Venus vor der Sonne von W. Bischof

1) Einleitung

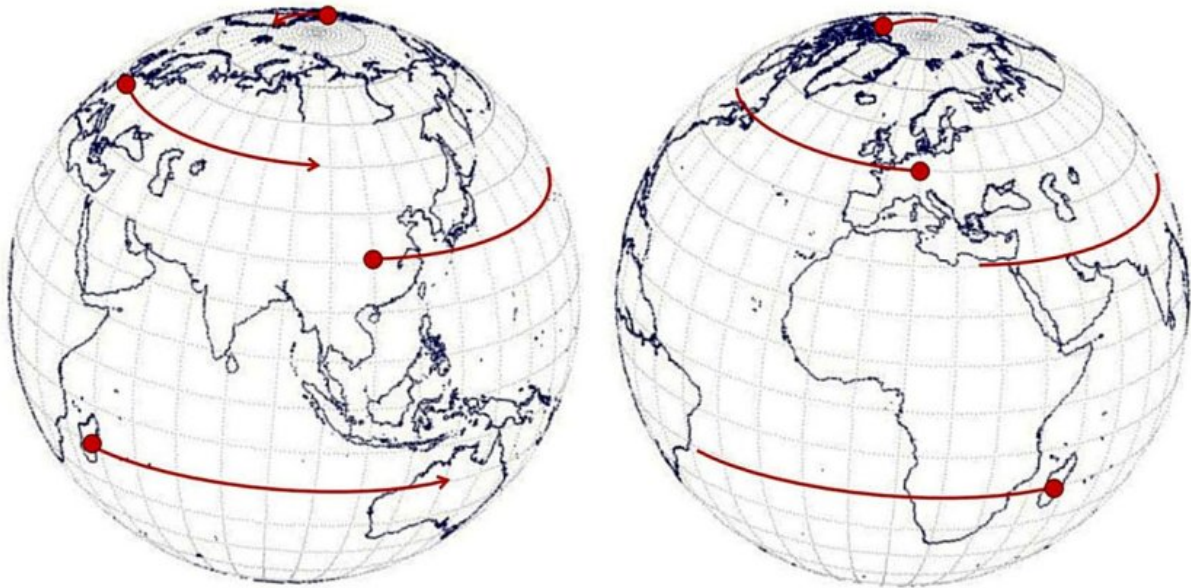
Am 8. Juni 2004 fand mit dem Venusdurchgang vor der Sonne ein außergewöhnliches und sehr seltenes Himmelsereignis statt, das auch auf der Sternwarte Recklinghausen visuell und fotografisch dokumentiert wurde.

In diesem Aufsatz wird die Auswertung dieser Beobachtungen erläutert. Die Daten werden dabei in einer Form präsentiert, in der sie für weitergehende Berechnungen zur Bestimmung der Astronomischen Einheit verwendet werden können.

Die Volkssternwarte Recklinghausen beteiligte sich am internationalen Venustransitprojekt von Prof. Dr. Udo Backhaus / Universität - Gesamthochschule Duisburg - Essen. In der Datenauswertung wird deshalb eine mit den auf der Internetseite von Prof. Backhaus gegebenen Daten vergleichbare Enddarstellung gewählt (<http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm>).

In die Auswertung gehen die Annahmen einer linearen Transitspur auf der Sonne, die von der Venus mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen wird, ein. Auf eine eingehende Kritik dieser Näherungen wird verzichtet. Sie begründen sich zum einen auf die begrenzte Qualität der mit einfachsten technischen Mitteln gewonnenen Daten, aber insbesondere auch auf die Motivation, eine vergleichsweise einfache Auswertung zu propagieren, die auch mit schulischen Mitteln die Bestimmung der Astronomischen Einheit mit einer Genauigkeit in der Größenordnung von rd. 10% ermöglicht.

Die folgende Abbildung, die die Wanderung bestimmter Erdorte aufgrund der Rotation der Erde während des Transits zeigt (beim Blick von der Venus), veranschaulicht die Unzulänglichkeit der Näherungen. Während der Beobachtung „fahren“ die verschiedenen Beobachter auf unterschiedlich gekrümmten Spuren im Raum. Es verändert sich sowohl der senkrecht auf die Verbindungslinie Venus-Erde projizierte Abstand verschiedener Orte, als auch die Transversalgeschwindigkeit des Beobachters senkrecht zu dieser gedachten Linie, die in die scheinbare Geschwindigkeit der Venus „auf“ der Sonnenscheibe eingeht. So ist z.B. die Spur eines Beobachters in Südafrika viel länger als die eines Beobachters in Mitteleuropa und deshalb ist nicht nur eine gewisse Parallelverschiebung der nur annähernd geraden Spuren zu beachten, sondern die von Südafrika gesehene Venus „überholt“ die von Europa aus gesehene während des Transits, was man natürlich nur beobachten könnte, wenn beide Vorgänge simultan in Überlagerung zu betrachten wären. Eine solche simultane Überlagerung lässt sich mit den hier präsentierten Ergebnissen am Computer bewerkstelligen, wenn man Vergleichsdaten von entfernten Orten heranzieht.



Darstellung der Erdkugel bei der Betrachtung von der Venus am Transittag mit einigen ausgewählten Beobachtungsorten zu Beginn des Transits (links) und bei Ende des Transits (rechts). Die verschiedenen Orte „fahren“ mit unterschiedliche und ungleichförmigen Tempo (von der Venus aus betrachtet) auf gekrümmten Spuren (rote Linien).

2) Visuelle Bestimmung der Kontaktzeiten

Der Venustransit wurde an der Westfälischen Volkssternwarte Recklinghausen im Rahmen einer öffentlichen Transitbeobachtung (insgesamt rd. 800 Besucher) am Celestron C14 – Teleskop durchgeführt, das mit einem 6 Zoll Glasfilter abgeblendet war. Die visuelle Bestimmung der Kontaktzeiten bei der Beobachtung an diesem Fernrohr durch den Autor dieser Zeilen führte zu folgendem Ergebnis:

Kontaktzeiten - visuelle Bestimmung am Celestron C14-Teleskop

1. Kontakt: ca. 7.20 MESZ

(der eigentliche Zeitpunkt wurde wegen des Trubels der öffentlichen Beobachtung verpasst)

2. Kontakt: 7.39.35 MESZ

(mit einer geschätzten Unsicherheit von rd. 20 Sekunden; Schwarzer Tropfen bzw. grauschwarze Lichtbrücke zwischen Venus und Sonnenrand bis ca. 7.40 MESZ)

3. Kontakt: 13.03.55 MESZ

(Unsicherheit rd. 20 Sekunden)

4. Kontakt: 13.23.30 MESZ (?)

(Die Identifikation des Austritts war gegen Mittag bei der großen Bildunruhe nur schwer möglich; im Laufe des Transits wurde das Bild immer schlechter, da sich der Tubus des Schmidt-Cassegrain-Teleskops bei der ständigen Sonneneinstrahlung erwärmt hatte.)

3) Kontaktzeitenbestimmung aus einer Webcam-Bilderserie

Während der öffentlichen visuellen Beobachtung am C14 liefen zwei Webcam-Aufzeichnungen mit, die den gesamten Transit in Bilderserien mit vielen tausend Bildern dokumentierten. Eine Webcam war mit einem 400mm-Objektiv bestückt. Die Bildrate dieser Kamera betrug 1 / (4 Sekunden). Etwa zwei Drittel der Sonnenscheibe fand im Bildausschnitt dieser Kameraeinstellung Platz und anhand dieser Bildserie lässt sich die Venusspur auf der

Sonnenscheibe genau rekonstruieren. Die Auswertung dieser Serie wird weiter unten beschrieben. Bei der Sichtung dieses Datenmaterials erhält man folgende Kontaktzeiten:

Kontaktzeiten der 400mm-Webcam-Aufzeichnung

1. Kontakt: 7.19.53 MESZ
2. Kontakt: 7.39.18 MESZ
3. Kontakt: 13.03.27 MESZ
4. Kontakt: 13.23.12 MESZ

Eine zweite Webcam war an einem Refraktor mit der Brennweite 1000mm angebracht. Bei dieser Einstellung war nur ein Bruchteil des Sonnenrandes im Bild. Anhand dieser Aufnahmeserie mit einer Bildrate von 1 / (1 Sekunde) ließ sich nach Abschluss der Beobachtung eine genauere Bestimmung der Kontaktzeiten versuchen. Die Ergebnisse dieser Messung sind:

Kontaktzeiten der 1000mm-Webcam-Aufzeichnung

1. Kontakt: verpasst (die Eintrittsstelle war nicht im Bildausschnitt)
2. Kontakt: 7.39.35 MESZ
3. Kontakt: 13.04.05 MESZ
4. Kontakt: 13.23.10 MESZ

Die Unsicherheit in der Bestimmung der Kontaktzeitpunkte liegt wie bei der visuellen Messung bei rd. 10-20 Sekunden, was auf die Luftunruhe und das dadurch resultierende Fluktuieren des Sonnenrandes zurückgeführt werden kann. Kleine Dellen am Rand werden auch durch das ständige Zittern und Wabern der eigentlich perfekten Kreisform des Sonnenrandes vorgetäuscht.

Dipl. Phys. Wolfgang Bischof führte in Recklinghausen-Süd eigene Beobachtungen (visuell und mit einer Webcam) durch, die nicht vom Trubel einer öffentlichen Beobachtung beeinträchtigt waren. Seine Ergebnisse der Kontaktzeiten lauten:

Kontaktzeiten Webcam-Aufzeichnung Wolfgang Bischof

1. Kontakt: 7.19.57 MESZ
2. Kontakt: 7.39.30 MESZ
3. Kontakt: 13.03.58 MESZ
4. Kontakt: 13.22.58 MESZ



Fotografien des ersten (links) und zweiten Kontaktes (rechts) von W. Bischof.

Innerhalb der Unsicherheit stimmen diese Ergebnisse überein. Vergleicht man diese Daten mit den für das Ruhrgebiet vorausberechneten Zeitpunkten, so stellt man eine Abweichung im Bereich von 10 – 20 Sekunden fest (Daten aus dem Kosmos Himmelsjahr 2004 von H.-U. Keller; Genauigkeit einige Sekunden, da anhand einer Datentabelle, die keine Ruhrgebietsstädte enthielt, extrapoliert wurde):

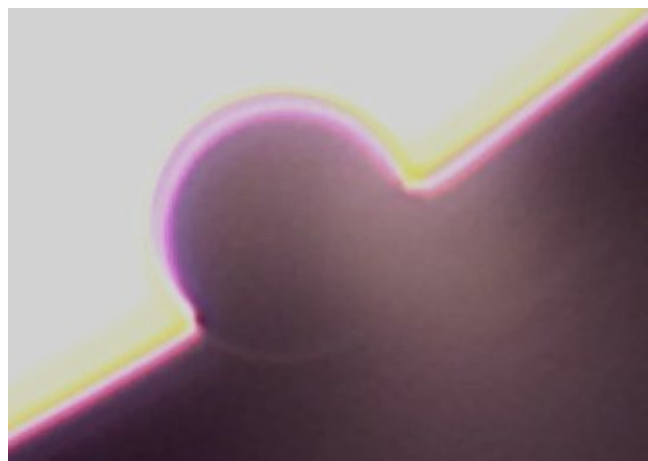
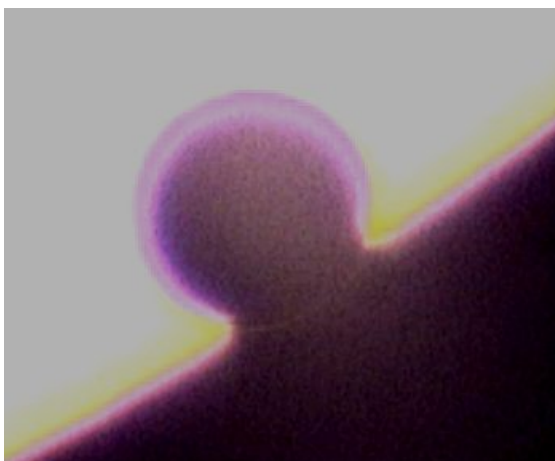
Kontaktzeiten – Vorhersage aus dem Jahrbuch

1. Kontakt: 7.20.00 MESZ
 2. Kontakt: 7.39.40 MESZ
- Transitmitte: 10.22.40 MESZ
3. Kontakt: 13.04.05 MESZ
 4. Kontakt: 13.23.20 MESZ

Die Schwierigkeit der visuellen Kontaktzeitenbestimmung, von der auch die Transitbeobachter vergangener Jahrhunderte berichteten, ist dadurch belegt. Auch mit Fernrohr und Webcam lässt sich unter normalen Bedingungen (gemeint ist hier das unvermeidliche „Seeing“, das die Schärfe des Sonnenrandes herabsetzt) keine sekundengenaue Kontaktzeitenbestimmung garantieren. Ein gutes Maß an Interpretation, ob die Venus am Rand steht oder nur eine dellenförmige Fluktuation am Sonnenrand auftritt, ist mit im Spiel.

Zwei kleine zeitgerafften Videofilme, die aus der Bildserie am 1000mm-Objektiv entstanden sind und den Eintritt und den Austritt der Venus am Sonnenrand zeigen, sind auf der Internetseite der Sternwarte Recklinghausen zu finden (www.sternwarte-recklinghausen.de).

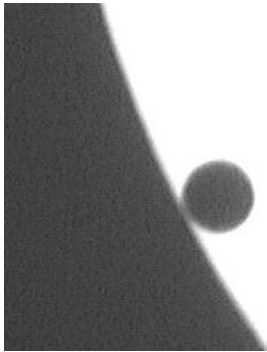
Ein besonderes Phänomen am Venusrand, verursacht durch die Atmosphäre unseres Nachbarplaneten („Lomonossow-Ring“) konnte von Wolfgang Bischof anhand optimierter Kontrasteinstellungen der Webcam und späterer Nachbearbeitung des Bildmaterials am Computer herauspräpariert werden, wie die folgenden Abbildungen zeigen (die wegen der Bildbearbeitung den Sonnenrand stark verfremdet darstellen; bitte deshalb nur auf den Lomonossow-Ring am rechten Venusrand achten).



Computerbearbeitete Bilder aus einer Webcam-Bildserie von W. Bischof. Der Lomonossow-Ring, Streulicht aus der Venusatmosphäre, ist sichtbar.

Der berühmte „Schwarze Tropfen“ zeigte sich auf Bildern der 1000mm-Serie und ansatzweise auf Fotos, die mit einer freihändig ans Okular des C14 gehaltenen Digitalkamera gewonnen wurden. Wolfgang Bischof konnte dieses Phänomen auf seinen Bildern nicht beobachten. Das Auftreten des Schwarzen Tropfens hängt offensichtlich von der Luftunruhe,

der Bildschärfe des abbildenden Systems und den Kontrasteinstellungen der Kamera ab (B. E. Schaefer: The Transit of Venus and the Notorious Black Drop, www.aas.org/publications/baas/v32n4/aas197/785.htm).

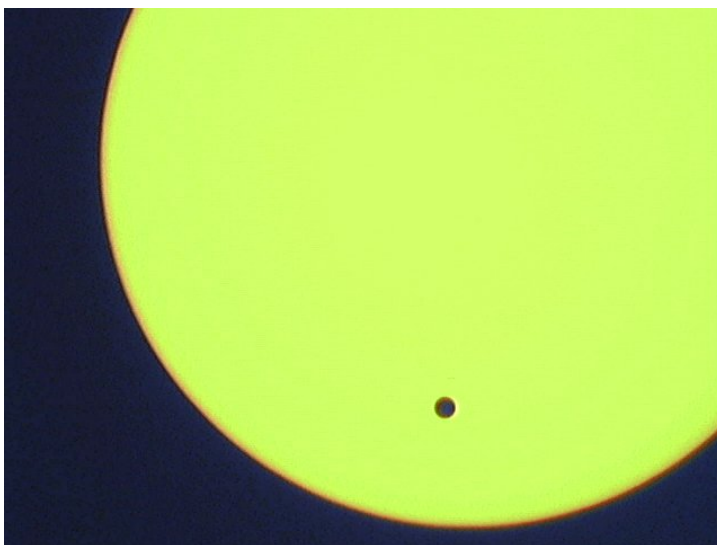


Der Schwarze Tropfen bzw. eine „graue Brücke“ zwischen Sonnen- und Venusrand beim zweiten Kontakt. Links ein Bild aus der 1000mm-Webcamserie, rechts eine freihändig durch das C14 erstellte Digitalfotografie.

4) Bestimmung der Spurlage der Venus vor der Sonne und des zeitlichen Transitverlaufs aus einer Webcam-Bilderserie

Mit den Bildern des 400mm-Objektivs lässt sich die Lage der Spur, die die Venus bei der Beobachtung in Recklinghausen über die Sonne nahm, rekonstruieren und der Vorgang hinsichtlich seines zeitlichen Ablaufs analysieren und simulieren. Bei dieser Auswertung gehen die beiden Näherungen eines linearen Spurverlaufs und eines gleichförmigen Venustempos vor der Sonnenscheibe ein. Beide Annahmen sind eigentlich falsch (siehe oben), jedoch lassen sich bei der begrenzten Aufnahmequalität Abweichungen davon voraussichtlich nicht nachweisen.

Die Auswertemethode der linearen Spur und der gleichförmigen Bewegung, die neben anderen möglichst einfachen Auswerteverfahren auch von Prof. Backhaus angewendet wird, ermöglicht u.a. eine rechnerische Extrapolation auf die Kontaktzeiten. Die Abweichung von den beobachteten Zeiten liefert ein Maß für die Güte der Auswertung und zwar für die methodische Qualität der Auswertung und für die messtechnische Qualität der Aufnahmen insgesamt.

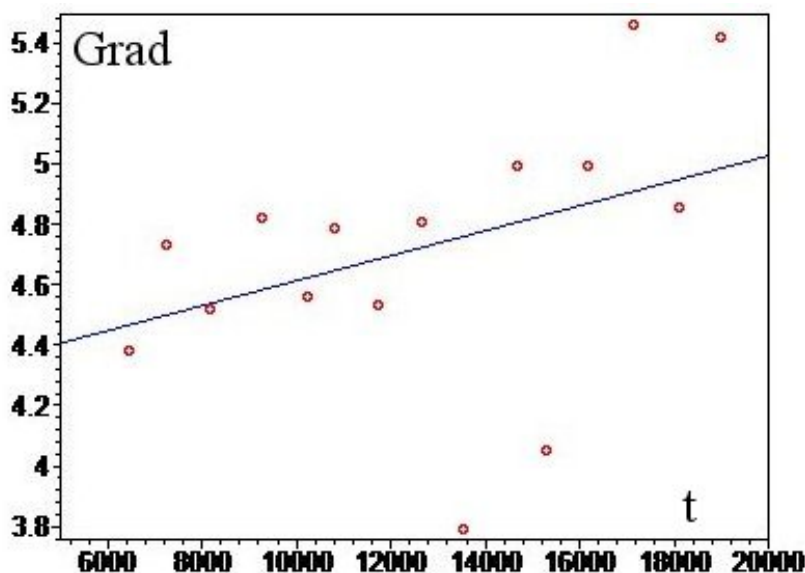


Typisches Bild aus der 400mm Serie

Für die Rekonstruktion der Transitspur aus vielen Venuspositionen auf der Sonne ist die Kenntnis der Himmelsrichtungen auf der Sonne erforderlich. Da die Montierung der Sternwarte Recklinghausen nicht hinreichend genau läuft (ein Drehen der Kuppel z.B. bewirkt Schwingungen des gesamten Gebäudes und auch das Nahen einer größeren Besuchergruppe im Treppenhaus wirkt sich entsprechend aus), wurde die Nordrichtung auf der Sonne anhand der täglichen Bewegung aufgrund der Erdrotation bestimmt. Schaltet man nämlich die Nachführung aus, so driftet die Sonne in ca. 2 Minuten aus dem Bild heraus. Während dieser Zeit macht die Webcam etliche Bilder von der sich bewegenden Sonne. Bei der späteren Vermessung der Bilder am Computer (verwendet wurde ein Auswerteprogramm von Prof. Backhaus) nimmt man ein halbes Dutzend dieser Bilder pro Driftvorgang und bestimmt die Lage und Größe der Sonne und der Venus auf dem Bild.

Die Richtung, in der die Sonnenmitte über den Bildausschnitt wandert, ist die Ost-West-Richtung am Himmel. Die Nord-Südrichtung liegt senkrecht dazu. Während des Transits wurde insgesamt 17-mal die Montierung ausgeschaltet, so dass sich, nahezu über den gesamten Vorgang verteilt, 17 lagerichtige Bilder der Sonne mit jeweils veränderter Venusposition gewinnen ließen. Dazu wurden die Sonnenmitten von jeweils 5-6 Bildern (verteilt über die gesamte sichtbare Drift der Sonne) mit einer Ausgleichsgerade verbunden und die Steigung dieser Gerade berechnet.

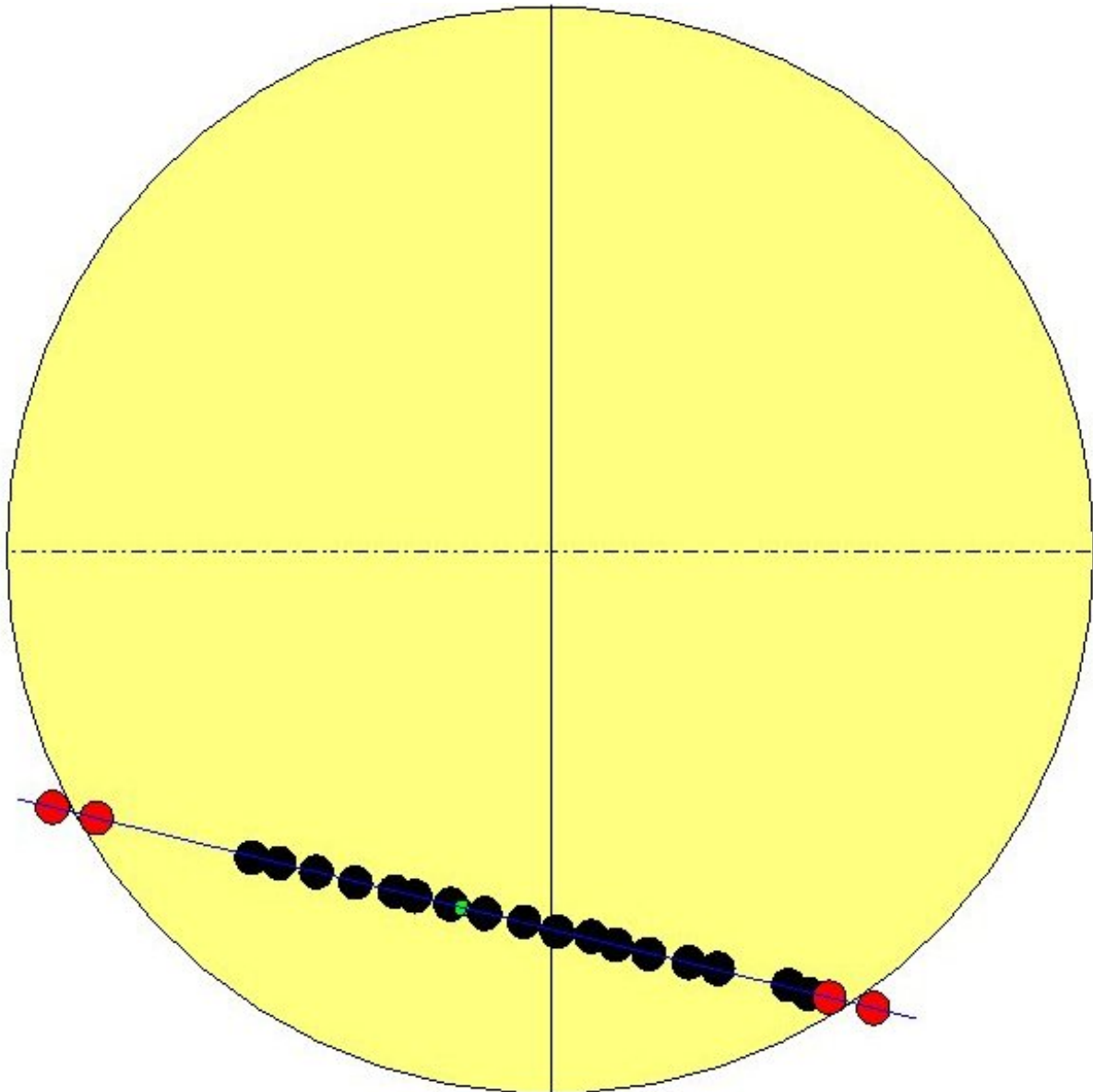
Eine Interpolation der Nordrichtungsbestimmung auf Bilder im Zwischenbereich zwischen jeweils zwei Driftereignissen ist prinzipiell machbar, es wurde jedoch darauf verzichtet, da es trotz eines eindeutigen Trends in der Veränderung der Nordrichtung auf dem Bildausschnitt starke Ausreißer gab. Die Werte der Driftrichtungen veränderten sich im Laufe des Transits ständig, jedoch gab es beträchtliche Schwankungen bis zu 0,5 Grad beiderseits einer leicht ansteigenden Gerade, die den generellen Trend dieser Richtungsveränderung wiedergibt (siehe Abbildung).



Darstellung der Fehlwinkel (Bildrand gegen Nordrichtung auf der Sonne) mit der Zeit. Die Fehler der einzelnen Messpunkte liegen bei $\pm 0,5^\circ$ und die Streuung der Punkte um die Ausgleichsgerade liegt ebenfalls in dieser Größenordnung. Ein genereller Trend ist sichtbar, jedoch treten größere Schwankungen auf, die auf unbekannte Einflüsse hindeuten.

Offensichtlich war immer ein gewisses Maß Zufall im Spiel, bedingt durch Gebäudeschwingungen, Massenverteilungen auf der die Fernrohrsäule tragenden Decke o.ä.. Man hätte die Volkssternwarte aber auch zu diesem Ereignis, das auf großes öffentliches Interesse stieß, schlecht sperren können, nur um die Effekte der Gebäudeschwingungen zu

minimieren. Deshalb werden im Folgenden nur die 17 Punkte mit eindeutiger Richtungszuweisung behandelt. Stellt man sie in einer gemeinsamen Abbildung dar, so sieht man zunächst einen recht geraden Verlauf, der beim näheren Hinsehen aber doch z.T. merkliche Schwankungen aufweist. Diese Schwankungen nehmen nach rechts – also mit der Zeit – zu, was als Effekt der sich ständig verschlechternden Bildqualität (vermutlich aufgrund von Temperatureffekten) gedeutet werden kann. Auf diese Daten stützt sich die gesamte nun folgende Auswertung.



Die 17 Messpunkte für die Venusposition auf der Sonne (schwarze Punkte), die Ausgleichgerade für die Spur (blaue Linie), der Mittelpunkt der Spur (grüner Punkt) und die extrapolierten Kontaktpositionen am Sonnenrand.

Die Bildserie der Webcam am 400mm -Objektiv wurde von Cand. Phys. Isabelle Domke, Universität Bochum, während eines zweiwöchigen freiwilligen Praktikums im Herbst 2005 an der Westfälischen Volkssternwarte sorgfältig gesichtet, sortiert, vermessen und ausgewertet. Nach der jeweiligen Richtungsbestimmung auf der Sonne und der Skalierung mit der Winkelgröße des Sonnendurchmessers am Transittag von $31'31'' = 31,517'$ ergaben sich folgende Werte für die (x,y) -Koordinaten der 17 Venuspositionen in Bogenminuten (x = Ost-West-Achse; y = Nord-Süd-Achse auf der Sonne):

Venusposition	x	y	Uhrzeit (MESZ)	t (sec nach 7 MESZ)
1	-8,657	-8,907	8.47.00	6420
2	-7,858	-9,070	9.00.00	7200
3	-6,779	-9,326	9.15.46	8146
4	-5,648	-9,631	9.34.08	9248
5	-4,511	-9,889	9.50.42	10200
6	-3,933	-10,020	10.00.06	10806
7	-2,892	-10,261	10.15.16	11716
8	-1,900	-10,528	10.30.40	12640
9	-0,761	-10,768	10.45.22	13522
10	0,196	-11,047	11.04.28	14668
11	1,188	-11,196	11.14.52	15292
12	1,903	-11,438	11.29.14	16154
13	2,852	-11,697	11.45.12	17112
14	4,015	-11,948	12.01.20	18080
15	4,853	-12,126	12.15.46	18946
16	6,901	-12,603	12.45.00	20700
17	7,479	-12,857	12.55.30	21330

Durchmesser der Sonne in Bogenminuten = 31,517' (Jahrbuch)

Durchmesser der Venus in Bogenminuten = 0,964' (Bildauswertung)

Das Jahrbuch gibt für den scheinbare Venusdurchmesser am Transittag einen Wert von $58'' = 0,967'$ an. In den letzten Zeilen der Tabelle befinden sich die Zeitangaben, und zwar einmal als Uhrzeit in MESZ und dann noch als Zeitdifferenz seit 7 Uhr MESZ (= 5 Uhr UT) in Sekunden.

Mit Hilfe einer Regressionsanalyse nach der Methode der kleinsten Abstandsquadrate wurde eine Ausgleichsgerade für die Spur der Venus vor der Sonne bestimmt (siehe z.B. J. Lozán, H. Kausch: Angewandte Statistik für Naturwissenschaftler; 2. Aufl., Parey Buchverlag, Berlin 1998):

$$y(x) = m1 * x + b1$$

mit:

$$m1 = -0,2447 \pm 0,0016$$

$$b1 = -10,980' \pm 0,008'$$

Die Residuen (die minimale Summe der Abstandsquadrate bei erfolgter Anpassung der optimalen Gerade) lassen sich nach der Formel $\sqrt{\text{Residuen}/(n-2)}$ (n ist die Zahl der Messpunkte, die „2“ bedeutet, dass bei der Anpassung einer Gerade zwei Parameter zu bestimmen sind) in ein einfaches Maß für die Streuung der Punkte um die Ausgleichsgerade umrechnen. Man erhält einen Wert von 0,033 Bogenminuten.

Ist die Spurlage bekannt, so interessieren auch die Zeitmarken für die Venusbewegung auf der Spur. Dazu wird jeweils der kleinste Abstand jedes der 17 Punkte zur Ausgleichsgerade als genauer Spurpunkt gewertet und diesem Punkt der Zeitpunkt des Bildes zugeordnet. Die Koordinate entlang der Spur wird L genannt und ab dem Symmetriepunkt, d.h. dem Punkt des kleinsten Abstandes zur Sonnenmitte ($x_{\text{sym}} = -2,535$, $y_{\text{sym}} = -10,360$), gewertet.

Venusposition	L	Uhrzeit (MESZ)	t (sec nach 7 MESZ)
1	-6,292	8.47.00	6420
2	-5,478	9.00.00	7200
3	-4,369	9.15.46	8146
4	-3,198	9.34.08	9248
5	-2,031	9.50.42	10200
6	-1,438	10.00.06	10806
7	-0,370	10.15.16	11716
8	0,657	10.30.40	12640
9	1,820	10.45.22	13522
10	2,816	11.04.28	14668
11	3,816	11.14.52	15292
12	4,568	11.29.14	16154
13	5,551	11.45.12	17112
14	6,741	12.01.20	18080
15	7,598	12.15.46	18946
16	9,735	12.45.00	20700
17	10,321	12.55.30	21330

Bei der Anpassung einer Ausgleichsgerade an L und t erhält man:

$$L(t) = m_2 * t + b_2$$

mit:

$$m_2 = 0,001118 \text{ } \prime / \text{s} \pm 0,000005 \text{ } \prime / \text{s}$$

$$b_2 = -13,472 \text{ } \prime \pm 0,069 \text{ } \prime$$

Die Streuung der Messpunkte um die Ausgleichsgerade liegt bei 0,090 Bogenminuten. Die Qualität der Spurbestimmung wird also bei der Ermittlung der zeitlichen Dynamik nicht erreicht. Das ist ein Hinweis für die methodische Unzulänglichkeit insbesondere dieser Annahme. Für ein gegebenes t (in Sekunden nach 7 Uhr MESZ) bestimmt man zunächst L(t) und daraus die Koordinaten x und y nach den folgenden Formeln:

$$x(t) = x_{\text{sym}} + L(t) * \cos(\alpha)$$

$$y(t) = y_{\text{sym}} + L(t) * \sin(\alpha)$$

$$\alpha = \arctan(m_1)$$

In der Ergebnisdarstellung der verschiedenen Arbeitsgruppen auf der Internetseite von Prof. Backhaus wird ein etwas anderer Weg gewählt. Dort sind zwei Ausgleichsrechnungen für die x- und y-Koordinaten in Abhängigkeit von der Zeit (t in Sekunden nach 8 Uhr UT) angegeben. Beide Verfahren beruhen auf der Annahme der Linearität der Spur im Ort und in der Zeit.

Mit $L(t) = 0$ lässt sich der Zeitpunkt der Transitmitte zu 10.20.55 Uhr MESZ bestimmen, was knapp 2 Minuten früher als die Jahrbuchangabe liegt. Der Abstand des Symmetriepunktes zur Sonnenmitte beträgt $d = 10,666$ Bogenminuten.

Mit welchen Fehlern sind diese Aussagen behaftet? - Die Abweichung des ermittelten Zeitpunktes der Transitmitte zur Angabe im Jahrbuch ist beträchtlich und sie sollte sich aus der Qualität der Daten und der Auswertung heraus begründen lassen. Nach der linearen Ausgleichsrechnung sind sowohl die Parameter m_1 und b_1 der Spurlage, als auch die Parameter m_2 und b_2 der zeitlichen Dynamik mit Fehlern behaftet. Bestimmt man anhand der ermittelten Fehlerspannen für diese Parameter (eine Standardabweichung) die extremen

Spurlagen der Venus und berechnet den sich dabei jeweils etwas unterschiedlich ergebenden Symmetriepunkt neu, so liegen die extremalen Symmetriepunkte jeweils 0,128 Bogenminuten vom oben aufgelisteten Mittelwert entfernt (auf eine strenge Behandlung der Fehler nach Fehlerfortpflanzungsgesetzen wird verzichtet; hier möge die Fehlerabschätzung anhand der maximalen Abweichung vom Mittelwert genügen). Folglich lassen die 17 Messpunkte eine genauere Bestimmung des Symmetriepunktes innerhalb dieses Bereichs nicht zu. Anhand der Geschwindigkeit der Venus auf der Spur (aus der zweiten Formel) lässt sich eine zeitliche Unschärfe in der Symmetriepunktsbestimmung von ca. ± 2 Minuten ableiten. Innerhalb dieser Unbestimmtheitsspanne stimmt das Ergebnis auch mit dem Jahrbuchwert überein.

Im nächsten Schritt wird überprüft, ob sich eine solche Unschärfe auch bei der Bestimmung der Kontaktzeiten gemäß der Extrapolation dieser Geradengleichungen auf den Sonnenrand auswirkt. Dazu ermittelt man zunächst mit Hilfe des minimalen Abstandes d der Spur von der Sonnenmitte und der Werte für den Venus- und Sonnenradius nach dem Satz des Pythagoras die L -Werte der vier Kontaktereignisse und ordnet diesen nach der Formel für $L(t)$ die entsprechenden Zeitpunkte zu. Die Fehler in m_1 und b_1 wirken sich über ihre Einflussnahme in d wiederum auf die gesuchten L -Werte aus und man erhält erneut eine kleine Spanne möglicher L -Werte für jedes der Kontaktereignisse und folglich auch wieder eine zeitliche Unschärfe.

Die Rechnung auf der Basis der linearen Formeln liefert:

1. Kontakt: 7.18.14 MESZ
2. Kontakt: 7.37.47 MESZ
- Transitmitte: 10.20.55 MESZ
3. Kontakt: 13.04.03 MESZ
4. Kontakt: 13.23.35 MESZ

Die Unsicherheit in der Zeitpunktsbestimmung liegt wiederum bei ca. 2 Minuten und im Rahmen dieser Toleranz kommt man wieder zu einer ungefähren Übereinstimmung mit den Jahrbuchwerten. Die Asymmetrie in den Werten (die ersten beiden Zeiten liegen merklich früher als die Jahrbuchwerte; die letzten beiden Kontaktzeiten stimmen eher damit überein), könnte ein Hinweis auf eine von der Linearität abweichende Dynamik des Transits sein und damit erneut eine methodische Unzulänglichkeit bei der Auswahl einer linearen Funktion zum Ausgleich der Messpunkte andeuten. Dies wird hier aber nicht weiter verfolgt, weil die Daten selbst hierzu keine sichere Veranlassung bieten. Man darf auch nicht vergessen, dass es sich bei der Kontaktzeitberechnung um eine Extrapolation auf den Sonnenrand handelt und der dabei eingehende Venusradius aus der Bildauswertung ebenfalls ungenau ist. Im linken Bereich der Spur fehlen randnahe Werte völlig und im rechten Bereich, wo es welche gibt, sind diese mit einer vergleichsweise großen Streuung um die Ausgleichsgerade behaftet.

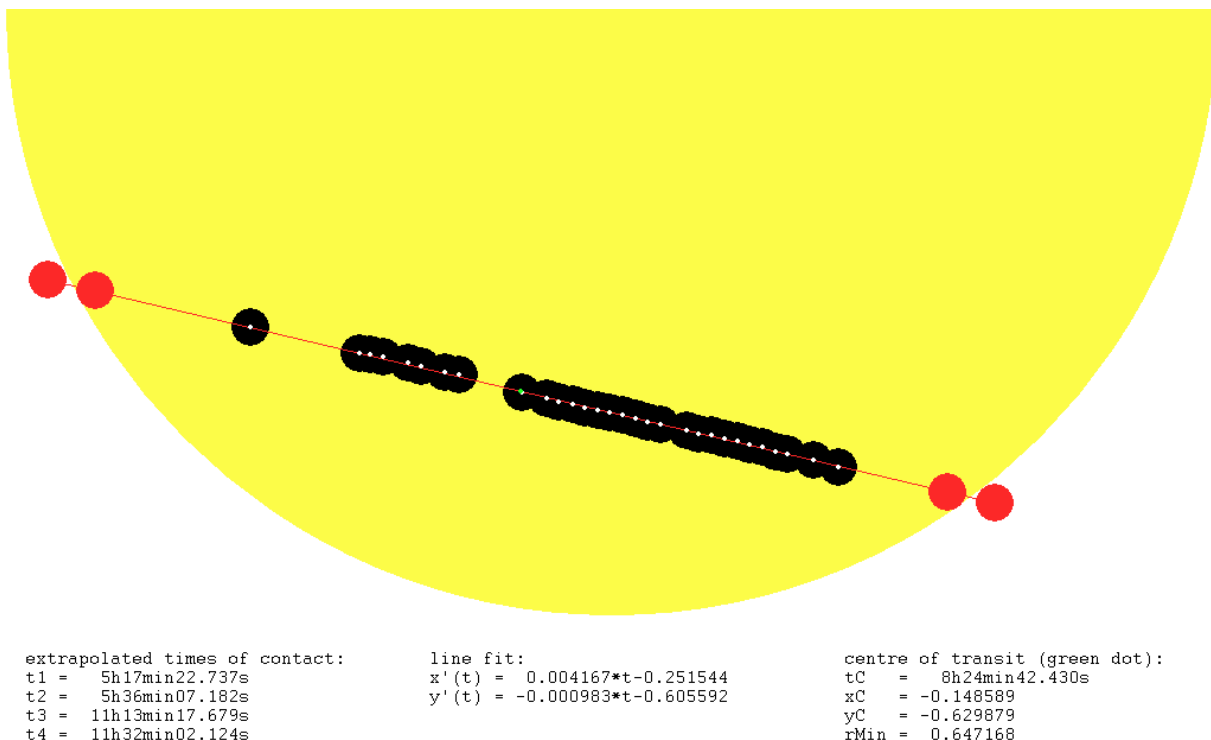
Generell lässt sich schlussfolgern, dass die Orts- und Zeitbestimmung für beliebige simulierte Venuspositionen auf der Sonne etwa auf ca. $0,1'$ bzw. auf ca. 1-2 Minuten genau ist.

5) Bestimmung der Astronomischen Einheit unter Hinzuziehung der Ergebnisse entfernter Beobachtergruppen

Mit den hier vorgestellten und diskutierten Ausgleichsformeln lässt sich für einen beliebig ausgewählten Zeitpunkt während des Transits die Position der Venus vor der Sonne im Rahmen der abgeschätzten Genauigkeitsgrenzen berechnen, und zwar für die geographische Lage der Sternwarte Recklinghausen ($7,18^\circ$ Ost, $51,62^\circ$ Nord). Prof. Backhaus hat auf seiner

Internetseite entsprechende Ergebnisse anderer Gruppen publiziert und somit ist man nun in der Lage, die Ansicht von zwei verschiedenen Beobachtungsorten zur gleichen Zeit zu vergleichen.

Dies sei hier für einige willkürlich herausgegriffene Beispiele demonstriert. Die Messpunkte von Herrn Ohlert von der Internationalen Amateursternwarte IAS in Namibia ($14,86^\circ$ Ost, $21,22^\circ$ Süd) ähneln den hier präsentierten Daten hinsichtlich Zahl, Lage und Streuung um die Ausgleichsgerade (siehe Abbildung). Sie sind damit vermutlich von ähnlicher Qualität wie die Recklinghäuser Werte, auch wenn kein quantitatives Maß für die Reststreuung der Punkte um die Ausgleichsgerade vorliegt, dass diese Vermutung untermauern könnte.

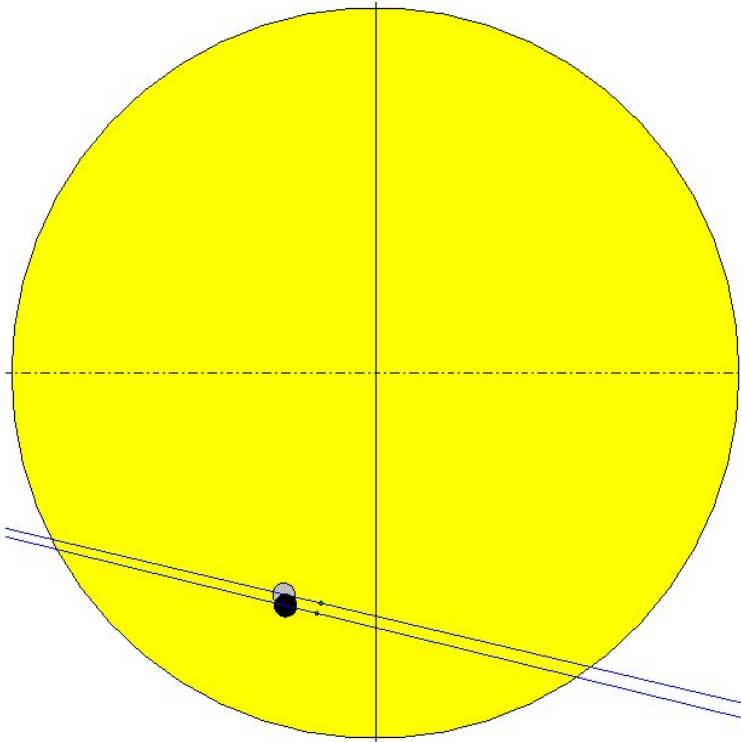


Datenblatt mit den Fitergebnissen für $x(t)$ und $y(t)$ der Daten des Beobachters Ohlert von der IAS in Namibia. Kopie von der Internetseite <http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm>. Zeiten in UT und x- und y-Werte in Bruchteilen des Sonnenradius. $t = 0$ entspricht 8 Uhr UT.

Nimmt man als Zeitpunkt für den Simultanvergleich 8 Uhr UT = 10 Uhr MESZ, so erhält man folgende Werte für x und y der Venus auf der Sonne:

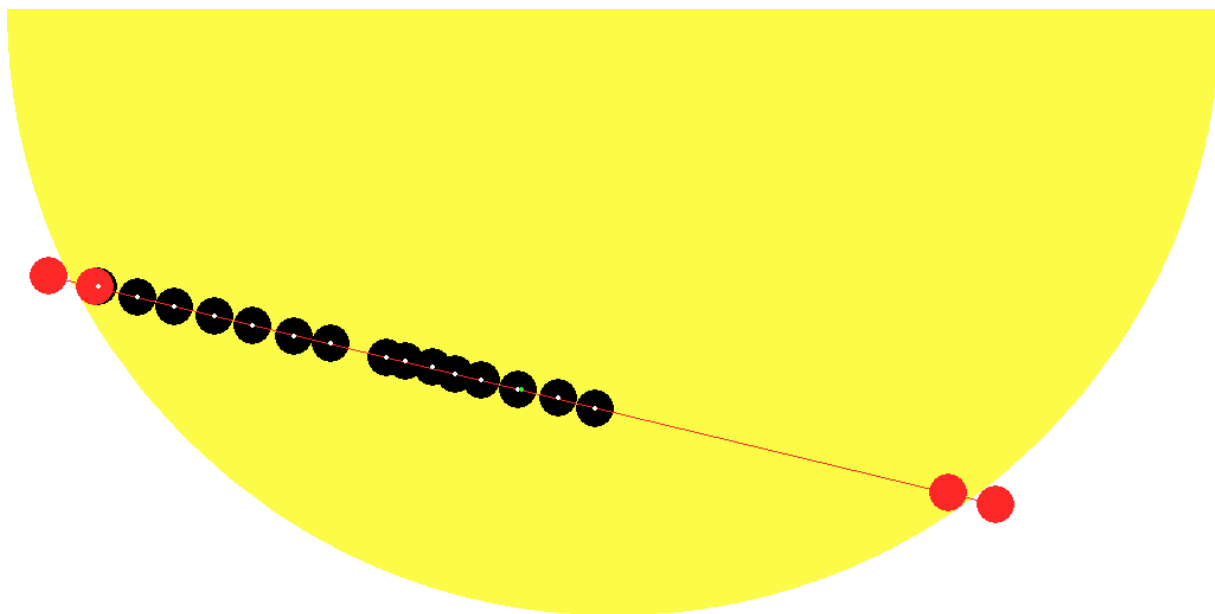
Beobachtungsposition	x	y	Abstand in Bogenminuten
Recklinghausen	-3,893'	-10,028'	
IAS, Namibia	-3,964'	- 9,543'	0,490'

Die folgende Abbildung zeigt die Spurlagen der Venus, wie sie sich nach den Ausgleichsrechnungen der Recklinghäuser und der IAS-Daten (Ohlert) ermitteln lassen. Eingetragen ist auch jeweils die Venusposition (Recklinghausen: schwarzer Punkt; Namibia: grauer Punkt).



Die Recklinghäuser Venusspur (unten) und die der IAS in Namibia (oben) im Vergleich. Eingetragen ist jeweils die Venus auf ihrer Position um 8 Uhr UT.

Das Gleiche wird für Recklinghausen und das Sonnenobservatorium in Learmonth in Australien (114,1° Ost, 22,2° Süd) durchgeführt. Die erste Hälfte des Transits konnte in Australien gesehen werden. Dann ging dort die Sonne unter. Das Datenblatt von der Internetseite von Prof. Backhaus gibt einen Überblick über die Messpunkte und die Ausgleichsrechnungen (siehe Abbildung).



extrapolated times of contact:
 t1 = 5h10min07.326s
 t2 = 5h28min40.365s
 t3 = 11h03min39.096s
 t4 = 11h22min12.135s

line fit:
 $x'(t) = 0.004197*t - 0.219451$
 $y'(t) = -0.001014*t - 0.611168$

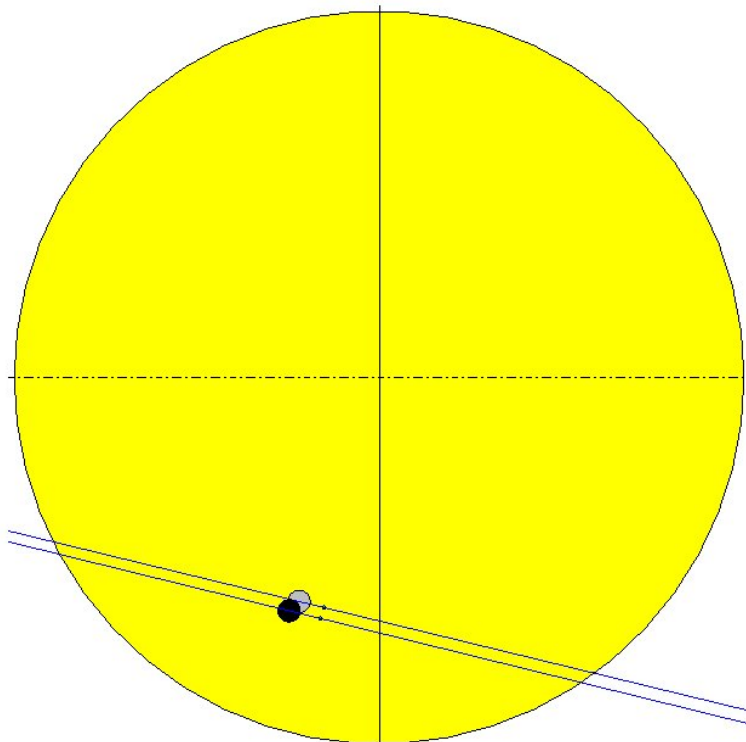
centre of transit (green dot):
 tC = 8h16min09.730s
 xC = -0.151618
 yC = -0.627556
 rMin = 0.645612

Datenblatt mit den Fitergebnissen für $x(t)$ und $y(t)$ der Daten des Sonneobservatoriums in Learmonth / Australien. Kopie von der Internetseite <http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm>.

Anhand dieser Formeln erhält man für die Venus-Koordinaten um 8 Uhr UT:

Beobachtungsposition	x	y	Abstand in Bogenminuten
Recklinghausen	-3,893′	-10,028′	
Learmonth, Australien	-3,458′	- 9,631′	0,589′

Die folgende Abbildung ermöglicht wiederum den Spurvergleich. Man sieht, dass im Falle Recklinghausen-Learmonth die Spuren paralleler verlaufen als im Falle Recklinghausen-IAS, Namibia. Das muss kein Fehler sein, denn wegen der eingangs diskutierten Variationen hinsichtlich der relativen Lage der Orte bei der Betrachtung der rotierenden Erdkugel von der Venus kommt es ja zu Abweichungen von einem linearen bzw. parallelen Spurverlauf.

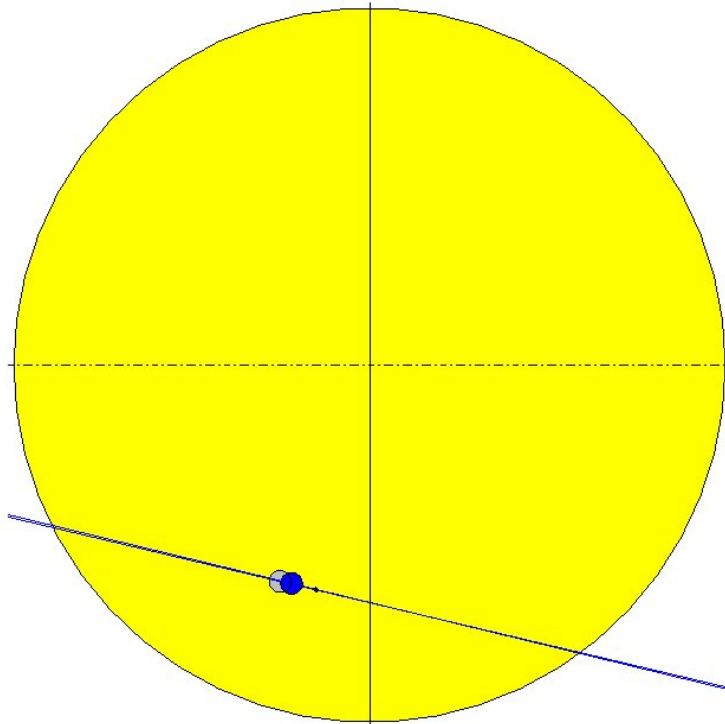


Die Recklinghäuser Venusspur (unten) und die von Learmonth / Australien im Vergleich. Eingetragen ist jeweils die Venus auf ihrer Position um 8 Uhr UT.

Auch der Vergleich von Namibia und Learmonth, die beide etwa auf dem gleichen Breitenkreis liegen, ist interessant, denn hier sieht man den Effekt der Venusverschiebung anhand zweier unterschiedlicher Positionen auf einer nahezu identischen Spur, nicht anhand von zwei parallel verschobenen Spuren, wie das bei Beobachtungspositionen der Fall ist, die sich wesentlich im Breitengrad unterscheiden.

Beobachtungsposition	x	y	Abstand in Bogenminuten
IAS, Namibia	-3,964′	- 9,543′	
Learmonth, Australien	-3,458′	- 9,631′	0,514′

Anhand der hier vorgestellten Daten wird nun die Sonnenparallaxe π_s bzw. die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne (Astronomische Einheit AE) bestimmt. Das Verfahren basiert auf dem Vergleich der Venusorte auf zeitgleichen Fotografien von zwei entfernten Orten. Hier wird es insofern modifiziert, als in Ermangelung von simultanen Fotografien die zeitgleichen Ansichten gemäß der Ausgleichsgeraden simuliert werden.



Die Venusspuren in Namibia und Australien sind nahezu deckungsgleich. Rechts in blau gezeichnet ist die Venus bei der Ansicht um 8 Uhr UT in Learmonth, links in grau zur selben Zeit in Namibia.

Die Formel zur Bestimmung der Sonnenparallaxe nach dieser Methode wird ohne Beweis übernommen und angewendet. Sie wird in den Skripten von Prof. Backhaus hergeleitet und ausführlich diskutiert.

$$\pi_S = \frac{R_E}{\Delta_{\perp}} \cdot \left(\frac{r_E}{r_V} - 1 \right) \cdot \Delta\beta$$

Darin ist $\Delta\beta$ der Versatz der beiden Venuspositionen in Bogenminuten (oder -sekunden). Der Erdradius R_E und die während des Transits gültigen Abstände der Erde und der Venus zur Sonne r_E und r_V müssen ebenfalls bekannt sein. Das ist kein Widerspruch zu dem Ziel, die Astronomische Einheit zu bestimmen, denn bei genauerer Betrachtung sieht man, dass nur die relativen Abstände der Planeten zur Sonne eingehen, und diese sind durch die Kepler'schen Gesetze der Planetenbewegung seit dem frühen 17. Jahrhundert bekannt. Als weitere wichtige Größe enthält die Formel den auf die Ebene senkrecht zur Richtung Erde-Venus projizierten Abstand der beiden Beobachtungsorte (Δ -senkrecht). Mit hinreichender Genauigkeit (alle genannten Größen sind zwar fehlerbehaftet, jedoch fallen diese Fehler gegenüber dem vergleichsweise großen Fehler in der Ermittlung von $\Delta\beta$ nicht merklich ins Gewicht) kann man diesen Wert einer Darstellung der Erdsicht entnehmen, wie ein hypothetischer Beobachter auf der Venus sie während des Transits hätte. Die folgende Abbildung zeigt den Zustand für 8 Uhr UT. Die drei Orte (Recklinghausen, IAS und Learmonth) sind gekennzeichnet; Learmonth liegt an der nordwestlichen Ecke Australiens.



Darstellung der Erde bei der Ansicht von der Venus um 8 Uhr UT. Die rot eingezeichneten Linien sind die Basislängen für die Bestimmung der Sonnenparallaxe aus den Recklinghäuser Daten in Kombination mit denen von der IAS und denen aus Learmonth.

Die graphische Auswertung liefert für die Abstände:

Beobachtungsorte

Recklinghausen – IAS, Namibia:	Δ -senkrecht = 1,175 Erdradien
Recklinghausen – Learmonth, Australien:	Δ -senkrecht = 1,675 Erdradien
IAS, Namibia – Learmonth, Australien:	Δ -senkrecht = 1,402 Erdradien

(Erdradius $R_E = 6378$ km)

Mit $r_E = 1,015$ AE und $r_V = 0,711$ AE erhält man nun für die Sonnenparallaxe:

Beobachtungsorte, 8 Uhr UT

Recklinghausen – IAS, Namibia:	$\Delta\beta = 0,490' = 29,4''$,	$\pi_S = 10,7''$
Recklinghausen – Learmonth, Australien:	$\Delta\beta = 0,589' = 35,3''$,	$\pi_S = 9,0''$
IAS, Namibia – Learmonth, Australien:	$\Delta\beta = 0,514' = 30,8''$,	$\pi_S = 9,4''$

Dies lässt sich nach $R_E / \arctan(\pi_S)$ schnell in Kilometer umrechnen:

Beobachtungsorte, 8 Uhr UT

Recklinghausen – IAS, Namibia:	Abstand Erde-Sonne = 122,8 Mio. km
Recklinghausen – Learmonth, Australien:	Abstand Erde-Sonne = 145,7 Mio. km
IAS, Namibia – Learmonth, Australien:	Abstand Erde-Sonne = 139,7 Mio. km

6) Fehlerabschätzung und –diskussion

Vergleicht man mit dem Literaturwert von $\pi_s = 8,8''$ bzw. $1 \text{ AE} = 149,6 \text{ Mio. km}$, der auf etwa 10^{-6} genau bekannt ist, so stellt man Abweichungen im Bereich bis 20 % fest. Natürlich ist ein solcher Vergleich nicht geeignet, die Qualität des Ergebnisses zu beurteilen, auch wenn es verständlich ist, dass man sich freuen mag, wenn der selbst ermittelte Wert nahe am Literaturwert liegt.

Maßgeblich für die Bewertung der eigenen Ergebnisse ist allein die Fehlerrechnung auf der Basis der verwendeten Daten. Ist der Fehlerbereich des eigenen Ergebnisses groß, so kann das Ergebnis durchaus im Rahmen der Toleranz mit anderen genaueren Ergebnissen übereinstimmen, deren Fehlermarge – wie im Fall des Literaturwertes – sehr gering ist. Man hat dann nichts falsch gemacht, sondern einen – wenn auch bescheidenen – Beitrag zur genauen Bestimmung der Astronomischen Einheit geleistet. Einziges Kriterium zur Bewertung der eigenen Leistung ist die Größe bzw. Kleinheit der Fehlerspanne. Sie zu bestimmen ist mindestens ebenso aufwendig wie die Bestimmung des oben angeführten Mittelwertes. Die Bestimmung des Endfehlers setzt die genaue Kenntnis aller methodischen Unzulänglichkeiten und der Einflüsse aller Einzelfehler in der Auswertekette voraus, die sich durch systematische Fehlerrechnung letztlich in der Fehlermarge des Endergebnisses widerspiegeln müssen. Dies kann hier gar nicht geleistet werden, denn es setzt umfangreiche zusätzliche Studien zur Bestimmung der systematischen und statistischen Fehler im gesamten Vorgang der Messung und Auswertung voraus.

Hier soll stattdessen eine einfache Fehlerabschätzung versucht werden, die sich auch im schulischen Einsatz durchführen und rechtfertigen lässt. Wichtig für diese einfache Fehlerbetrachtung ist die Frage, wie sich der Fehler in der Ortsbestimmung der Venus auf der Sonne in das Endergebnis überträgt.

Der etwaige Fehler in der Ortsbestimmung liegt bei $0,1'$. Dies sieht man z.B. den Diskrepanzen der interpolierten und extrapolierten Zeitpunkten der Transitmitte und der Kontakte zu den Jahrbuchwerten an. Der gesamte Vorgang vom 1. bis zum 4. Kontakt dauerte in Recklinghausen rd. 363 Minuten. In dieser Zeit legte die Venus auf ihrer Spur durch die Sonnenscheibe rd. 16,2 Bogenminuten zurück. Wenn die Ortsbestimmung entlang der Spur nur auf $0,1'$ Bogenminute genau ist, so entspricht das einem Zeitfehler von $363 \text{ min} / 162 = \text{rd. } 2 \text{ Minuten}$. Differenzen dieser Größe zu den Jahrbuchdaten beobachtet man ja tatsächlich und das ist ein gutes Argument für die innere Konsistenz der Ergebnisse und die Folgerichtigkeit der Auswertung und Fehlerabschätzung. Man darf also annehmen, dass jede mit den Ausgleichsgeraden simulierte Venusposition mit einer Unsicherheit von $\Delta xy = \text{rd. } 0,1'$ in alle Richtungen behaftet ist. Auch die Daten des Beobachtungspartners für die Bestimmung der Sonnenparallaxe sind mit einem solchen Fehler behaftet. Nimmt man einen Fehler gleicher Größe an (was man anhand der extra- und interpolierten Zeitpunkte aus dem Datenblatt abschätzen kann; wünschenswert wäre jedoch eine direkte Angabe dieses ungefähren Positionierungsfehlers) so pflanzen sich diese zwei voneinander unabhängigen Fehlereinflüsse nach folgender Gesetzmäßigkeit zum Gesamtfehler im Winkelabstand der zwei Venuspositionen fort:

$$\Delta(\Delta\beta) = \sqrt{\Delta xy_1^2 + \Delta xy_2^2} \approx \sqrt{0,1'^2 + 0,1'^2} \approx 0,14'$$

In Relation zum gemessenen Abstand von rd. $0,5' - 0,6'$ ist das ein Fehler von rd. 20%. Die ermittelten Ergebnisse von $10,7''$, $9,0''$ und $9,4''$ für die Sonnenparallaxe sind also konsistent mit dem in der Literatur angegebenen Wert für die Sonnenparallaxe.

Abschließend sei untersucht, ob sich die anhand von verschiedenen Zeitpunkten ermittelten Sonnenparallaxen in diesem Fehlerbereich um den Literaturwert herum bewegen. Das wäre ein weiteres Argument für die Richtigkeit der hier abgeschätzten Fehlerspanne. Die nachfolgenden Tabellen listen die Ergebnisse für $\Delta\beta$, Δ -senkrecht und π_s auf. Die drei Orte Recklinghausen, IAS in Namibia und Learmonth in Australien wurden jeweils kombiniert.

Kombination Recklinghausen - IAS, Namibia

Uhrzeit (UT)	$\Delta\beta$	Δ -senkrecht	π_s
6.00.00	0,464′	1,16	10,3″
6.30.00	0,469′	1,17	10,3″
7.00.00	0,475′	1,17	10,4″
7.30.00	0,481′	1,17	10,6″
8.00.00	0,490′	1,18	10,7″
8.30.00	0,499′	1,18	10,9″
9.00.00	0,509′	1,18	11,1″
9.30.00	0,520′	1,18	11,3″
10.00.00	0,533′	1,18	11,6″
10.30.00	0,546′	1,19	11,8″
11.00.00	0,560′	1,19	12,1″

Man erkennt eine systematische Drift im Winkelabstand der Venuspositionen, die durch die Veränderung der Basislänge nur z.T. kompensiert wird, so dass sie sich immer noch im Endergebnis zeigt. Die Werte streuen nicht um den Literaturwert herum, was ein Hinweis auf einen statistischen Fehler wäre, sondern sie weichen davon systematisch ab. Dies ist ein Hinweis auf einen systematischen Fehler bei der Messung oder einen methodischen Fehler bei der Auswertung. Wie verhält es sich bei der Kombination Recklinghausen-Learmonth?

Kombination Recklinghausen - Learmonth

Uhrzeit (UT)	$\Delta\beta$	Δ -senkrecht	π_s
6.00.00	0,500′	1,68	7,6″
6.30.00	0,520′	1,69	7,9″
7.00.00	0,541′	1,70	8,2″
7.30.00	0,564′	1,69	8,6″
8.00.00	0,589′	1,68	9,0″
8.30.00	0,614′	1,63	9,7″
9.00.00	0,641′	1,58	10,4″

Diese Ergebnisse zeigen das gleiche Driftphänomen hin zu höheren Sonnenparallaxen im Verlauf der Zeit, jedoch scharen sie sich um den Literaturwert von 8,8″ herum. Schließlich sei auch noch die Kombination der beiden Orte auf der Südhalbkugel betrachtet:

Kombination IAS, Namibia - Learmonth

Uhrzeit (UT)	$\Delta\beta$	Δ -senkrecht	π_s
6.00.00	0,450	1,30	8,9″
6.30.00	0,465	1,34	8,9″
7.00.00	0,481	1,39	8,9″
7.30.00	0,497	1,40	9,1″
8.00.00	0,513	1,41	9,3″
8.30.00	0,530	1,37	9,9″
9.00.00	0,547	1,33	10,6″

Auch hier zeigt sich eine systematische Drift. Da es unwahrscheinlich ist, dass alle Arbeitsgruppen vergleichbare systematische Fehler bei der Messung und Spurpunktsbestimmung gemacht haben, ist diese Drift vermutlich auf einen methodischen Fehler in der Auswertung zurückzuführen.

Die nahe liegenden Vermutungen sind: Entweder sind die Steigungen der Ausgleichsgeraden systematisch falsch, oder die Drift des Endergebnisses mit der Zeit geht hauptsächlich auf die unzulässige Annahme einer gleichförmigen Venusgeschwindigkeit auf der Spur zurück. Der zweite Verdacht gründet sich auf der Beobachtung, dass die bei den Anpassungsrechnungen verbleibenden Residuen zu den Ausgleichsgeraden im Fall der zeitlichen Linearisierung viel größer sind als im Fall der Anpassung einer Gerade an den räumlichen Spurverlauf der Venus vor der Sonne. Die mittlere Streuung der Punkte um die Ausgleichgerade der Spur liegt bei $0,033'$, während sie bei der Linearisierung der zeitlichen Dynamik mit $0,090'$ etwa dreimal so groß ausfällt. Dieser Wert führt ja zu der um 2 Minuten ungenauen zeitlichen Zuordnung und der Unbestimmtheit der Venusposition auf der Spur im Bereich von $0,1'$. Die Abweichung des kleinsten vom größten Wert in den obigen Tabellen liegt bei 20%, also genau in dem Bereich, der sich durch die zeitliche Unbestimmtheit ergibt.

Insgesamt bleibt festzuhalten, dass man mit dieser möglichst einfach gehaltenen Mess- und Auswertemethode im Rahmen der diskutierten Genauigkeitsgrenzen einen vernünftigen Wert für die Astronomische Einheit erhält, der mit dem Literaturwert konsistent ist. Eine verfeinerte Auswertung, die z.B. mit Hilfe der Anpassung eines Polynoms höheren Grades an den zeitlichen Verlauf versucht werden könnte, führt vielleicht schon über das didaktisch sinnvolle Maß einer schulischen Beschäftigung mit dem Venustransit hinaus, weil ein erhöhter Rechenaufwand für die eigenen Messpunkte und auch für die identisch zu behandelnden Messpunkte der Vergleichspartner erforderlich ist.